

Sociologie a matematika*

MARCEL JOSÍFKO

Fakulta všeobecného lékařství UK, Praha

Podnětná diskuse o koncepcích měření ve společenských vědách, která probíhá na stránkách tohoto časopisu, nutí k širšímu zamyšlení nad možnostmi uplatnění matematiky v těchto vědách. Úmyslně je řeč o matematice, a nikoli jen o matematických metodách. Některé matematické disciplíny (např. teorie míry a pravděpodobnosti, teorie informace, teorie her a statistického rozhodování, teorie grup a svazů, topologie, teorie struktur aj.) odrážejí ve svých základech mnohé z aktuální problematiky přírodních věd i věd společenských. Zúžitkování abstraktních výsledků i pracovních postupů těchto matematických disciplín nemusí být proto zcela bez významu ani pro sociologii. Jde vesměs o partie matematiky, které se jen ve velmi skromné míře vyskytují v učebních programech nematematických vysokoškolských oborů a ve středoškolském učivu. Je proto pochopitelné, že ani vysoce erudovaný odborník v kterémkoli vědním oboru, tedy ani sociolog, nemá zpravidla ani hrubou představu o problematice a výsledcích moderní matematiky a o možnostech, způsobech a rozsahu jejího uplatnění ve svém vědním oboru. Literatura o matematických metodách v sociologii se v podstatě omezuje na výklad o početních metodách zpracování dat, jejichž kvantitativní vyjádření — měření — se tak stává zdánlivě jednou z hlavních podmínek užití matematiky v sociologii. Z toho pramení i oprávněné výhrady některých tvůrčích sociologů k této „matematizaci“ sociologie (viz např. Berka [1], Sirácky — Rychtařík [8]). Matematici pocítují v tomto směru přinejmenším stejnou skepsi na rozdíl od některých uživatelů početních metod v sociologii, kteří tuto jistě ne nevýznamnou metodickou úlohu matematiky v sociologii neúměrně přeceňují i leckdy absolutizují.

Historie matematiky ukazuje, že ani její nejoblehlejší partie nevznikaly a nevznikají

samoučelně, ale jsou inspirovány jevy a ději reálného světa, že matematika je schopna — právě díky své vysoké abstrakci a formálně logické dokonalosti — mnohé stránky těchto jevů a dějů velmi přesně a spolehlivě popsat, osvětlit a odhalit složité vztahy mezi nimi. To však vůbec neznamená, že matematiku, či dokonce některou její speciální partii (srovnej Sirácky — Rychtařík [8] s. 581) považujeme za všeobecnou metodu. Matematika je věda, nikoli metoda, která se v četných vědních oborech osvědčila především tehdy, přešla-li z role metodické pomůcky do role rovnocenného partnera. Názory, že matematika má v nematematických vědních oborech jen jakousi pomocnou, formalizující funkci, stejně jako názory, že matematika zpřesňuje vědecké poznání v těchto oborech, jsou hluboce nesprávné. Právě v roli rovnocenného partnera může matematika pronikavě přispět i k poznávání v „nejvyšší rovině“ (srovnej Sirácky-Rychtařík [8] s. 584) obecné sociologie a sama se jejími problémy inspirovat. Matematika právě svou obecností a abstraktností má daleko blíž k obecné, teoretické sociologii než k empirické rovině sociologického poznávání a může poskytnout adekvátní a účinné metody zpracování a analýzy empirického sociologického materiálu jediné tehdy, jsou-li podmínky použitelnosti těchto metod i obsah řešení, která metody nabízejí, prověřeny v „nejvyšší rovině“ obecného sociologického poznávání. Navíc může matematika v roli partnera položit sociologii některé závažné otázky poznávacího i metodického charakteru, odkryt nezvyklé pohledy na staré problémy a formulovat problémy nové, stejně jako obecná sociologie klade matematické úkoly dosud neřešené, ba často ani přesně neformulované, k jejichž formulaci je kooperace obou vědních disciplín nezbytná.

Úsilí o kvantitativní (matematicky posti-

* Příspěvek k diskusi o měření, zahájený článkem K. Berky: *K pojetí měření v československé sociologii*, Sociologický časopis 7, 1971, č. 5, s. 545.

žitelné) vyjádření některých stránek sociálních jevů — o měření v sociologii — je jedním z nebezpečných úskalí, na nichž ztroskotává často kooperace sociologie a matematiky již v nejnižší složce sociologického poznávání — v empirickém výzkumu. V článcích Berky [1] a Řeháka [7] jsou shromážděny pokusy četných autorů o vymezení pojmu měření. Oba autoři si shodně a dostatečně podrobně všimají rozdílů a někde i vyslovených rozporů v „definicích“ měření. Řehák se v citované práci pokouší se zdarem o dostatečně obecnou definici měření (měření v širším smyslu) i o její přiměřené zúžení, odpovídající intuitivní představě měření jako přiřazování reálných čísel prvkům empirického systému. Jeho měření v širším smyslu znamená v podstatě navázání kontaktů empirického systému s abstraktně matematickou teorií, která je schopna utřídit a zpřesnit poznání o empirickém systému. Tato definice samozřejmě nedává návod k tomu, co a jak v sociologii měřit. V definici se mluví o empirickém systému s relacemi. Avšak právě předvídání a vytčení relací v empirickém systému sociologickém je obtížným problémem obecné sociologie, stejně jako volba vhodného abstraktně matematického systému je závažným problémem matematickým. Oba tyto problémy je třeba řešit jako základní teoretický problém v součinnosti obou vědních oborů v „nejvyšší rovině“. Jde tu tedy i při měření o navázání kontaktů dvou abstraktních systémů: obecné sociologie a matematiky.

Plodnost takové kooperace vědních oborů dokumentuje v druhé polovině tohoto století nad jiné přesvědčivě prudký rozvoj kybernetiky, jejíž počátky jsou poučně vylíčeny v knize jednoho z jejích zakladatelů, N. Wienera [9]. Cituji z ní jen jedinou pronikavou myšlenku, že „... nejplodnějšími obory pro rozvoj věd jsou ty, které byly zanedbávány jako země nikoho mezi různými, pevně vymezenými vědními oblastmi...“ I když se zde mluví o vědních oblastech, ukazuje historie vzniku a vývoje kybernetiky, ale i některých jiných oborů (např. fyzikální chemie, biochemie a biofyziky), že první kontakty — a ve vztazích sociologie a matematiky nejsme dosud dál než u prvních kontaktů — se nejsnáze navazují konfrontací empirických poznatků. Právě v empirické rovině vyvstanou kromě příbuzností a ana-

logií i specifické odlišnosti, nutící k přiměřenému zobecnění ve „střední rovině“ (viz Sirácky - Rychtařík [8]) a vedoucí posléze k obecně teoretickému bádání a k soustavnému prověřování obecných výsledků tohoto bádání na empirickém materiálu různých oborů. Mohli bychom tedy Řehákovu pojetí měření v širším smyslu doplnit ještě doporučením, aby se při konkrétním naplňování jeho definice využívalo i vztahů a analogií několika empirických systémů.

V této souvislosti je třeba se zmínit o některých pracích Kahudových ([3], [4], [5]). Domnívám se na rozdíl od Berky (viz [1] s. 555), že Kahudovy pokusy i přes riziko omylu a dílčí nezdary povedou k pokroku nejen v empirické sociologii, ale především v obecné sociologické teorii. To, že „... nemáme zatím k dispozici žádný zákon ani v oblasti sociologie, ani v oblasti sociální psychologie, který by nám dovoľoval jednoznačně vyjádřit vztah mezi potenčním faktorem... a faktorem «časovým», «rozsaňovým» či «energetickým»...“ (Berka [1] s. 554) nám spíše může být pobídkou k tomu — a v tom je právě efekt mezivědní kooperace — abychom se nad možností, ba naléhavostí takových zákonů zamýšleli v obecné sociologické teorii. Právě uvedené faktory se totiž uplatňují významně v různých přírodovědních oborech, avšak — a to budiž zvlášť zdůrazněno — i v materialistickém pojetí světa a života. Že první kroky v tomto směru vedou po vyšlapané pěšince zákonů přírodovědních, je přirozené. Jde však o to — a v tom je Kahudovo hledání riskantní i objevné — aby se rychle dostaly na cesty sociologických zákonitostí.

Některé myšlenky v první části této poznámky doložíme zjednodušenými příklady, které mají vztah i k matematickým metodám v sociologickém výzkumu.

Jedním z nejzjednodušších kvantitativních a běžně užívaných ukazatelů sociálního jevu je procento výskytu tohoto jevu v přesně vymezené populaci. Jestliže se při výskytu jevu uplatňuje prvek čistě nahodilosti (jde o tzv. náhodný jev), je procento výskytu náhodného jevu v různých skupinách jedinců náhodně vylosovaných z homogenní populace poměrně stabilní, takže může sloužit za kvantitativní charakteristiku — míru — sociálního jevu. Zmíněná stabilita procenta výskytu náhodného jevu

je jistým náznakem zákonitosti, která je společná různým jevům, jejichž procenta výskytu v dané populaci mají různé hodnoty, či téhož jevu v různých populacích, v nichž se procenta výskytu jevu mohou lišit. Tato zákonitost se tedy netýká číselné hodnoty procenta, ale jeho stability. Matematika navázala na modelový empirický systém k prostudování vlastností náhodného jevu (vrhy homogenní symetrickou kostkou), abstrahovala z tohoto systému některé obecné vlastnosti (např. stejnou možnost pro padnutí všech stěn kostky) a elementárními kombinatorickými úvahami vytvořila velmi jednoduchý abstraktní matematický systém, známý jako klasický počet pravděpodobnosti, jehož výsledky se dají empiricky ověřit v uvedeném empirickém systému (experimenty s házením hracími kostkami) i v jiných empirických systémech (např. při výskytu zmetků v hromadné výrobě, při losování sportky, při sledování pohlaví novorozenců, při výskytu úrazů, při šíření epidemických nemocí, při dešifrování zpráv apod.). Konstrukce matematického systému si vyžádala zavedení i některých abstraktních pojmů, jejichž reálné protějšky mohou pro svou samozřejmost uniknout ve zvoleném empirickém systému pozornosti (nezávislost jednotlivých vrhů kostkou). Elementární matematický systém klasického počtu pravděpodobnosti dává ovšem i výsledky kvalitativně vyšší než jenom ty, které se dají získat jakýmkoli experimentováním v uvedeném empirickém systému. Například proslulá Bernoulliho věta (J. Bernoulli: *Ars conjectandi*, Basel 1713), odvozená v rámci klasického počtu pravděpodobnosti jakožto abstraktně matematického systému, dává přesný kvantitativní smysl mnohem mladšímu výroku o dialektické jednotě nutného a náhodného. Počet pravděpodobnosti představuje jakýsi zákoník náhodného, který navíc poskytuje i účinné metody zkoumání této věci v empirické rovině.

Jednoduchý empirický systém, jehož jsme užili jako předlohy pro matematický systém počtu pravděpodobnosti, má samozřejmě daleko k jakémukoli empirickému systému sociologickému, což může a mělo by vyvolat pochybnost o přípustnosti aplikace počtu pravděpodobnosti v sociologii vůbec. Podotkneme hned, že tyto pochybnosti mají spíš matematici než

sociologové, kteří přece procenta používají v empirických studiích běžně (a leckdy i velice nesprávně). Abychom posoudili přípustnost či meze použitelnosti počtu pravděpodobnosti v sociologii, nemůžeme setrvat v empirické rovině sociologického výzkumu. ba ani v „střední rovině zobecnění“ (viz Sirácky - Rychtařík [8]) a musíme se pokusit o posouzení základních pojmů počtu pravděpodobnosti, pojmů náhodný jev, pravděpodobnost a nezávislost v „nejvyšší rovině“ obecné sociologie. Nejprve si položíme v rámci obecné sociologie otázku, je-li z hlediska obecné sociologie či z filosofického hlediska přípustné přiřadit jistému sociálnímu jevu kvantitativní charakteristiku častosti, s níž se jev vyskytuje v homogenních populacích, v daných společensko-historických podmínkách. Při zásadně negativní odpovědi na tuto otázku je zároveň rozhodnuto o nepřípustnosti použití abstraktně matematického systému počtu pravděpodobnosti v jakémkoli problému empirického sociologického výzkumu a je pak třeba odmítnout i použití procenta jako ukazatele vůbec. V opačném případě se může pokročit ke zkoumání systému jevů, pro něž je užití procenta přípustné (jsou to tzv. náhodné jevy a jejich abstraktní mírou častosti je pravděpodobnost – viz Kolmogorov [5]). Některé vlastnosti tohoto systému jevů (jeho struktura) a pravidla pro počítání s pravděpodobnostmi v tomto systému studuje obecná teorie míry a pravděpodobnosti. Rozhodnutí o tom, jsou-li tyto matematické teorie vhodným abstraktním systémem i pro některé problémy sociologické, je základním úkolem filosofickým či obecně sociologickým.

Jiná otázka, kterou je třeba posoudit v „nejvyšší rovině“ sociologického poznávání, je otázka, zda můžeme jednotlivé případy v empirickém sociologickém výzkumu pokládat za nezávislé v podobném smyslu, jako jsou nezávislé jednotlivé vrhy kostkou. Zdá se, že tento předpoklad je v empirické rovině sociologických výzkumů, a tím spíše z obecně sociologického hlediska, přijatelný pouze výjimečně. Z obecných sociologických úvah mohou vyplynout různé hypotézy o vazbách v sociologických empirických systémech. Zabuďují-li se tyto hypotézy jednotlivě nebo obecněji jako třída hypotéz do matematické teorie pravděpodobnosti, získá se obecnější

abstraktní systém přiměřený pro širokou třídu sociologických problémů. Pravděpodobnostní vlastnosti procenta výskytu jevu se podle typu hypotéz pózmění (změní se distribuce procenta, jeho variabilita v závislosti na počtu pozorování apod.). Některé hypotézy vyslovené v obecné sociologické rovině se pak dají verifikovat v empirické rovině použitím zobecněného abstraktně matematického systému počtu pravděpodobnosti vhodně uspořádaným sociologickým výzkumem. Například jinak se chová procento správných odpovědí na otázku kladenou několika skupinám respondentů, které jsou náhodně vybrány z homogenní populace (distribuce se řídí binomickým pravděpodobnostním zákonem), a zcela jinak kolísá procento správných odpovědí jednotlivých respondentů z homogenního kolektivu, kteří odpovídají na sérii hierarchicky uspořádaných otázek, kdy se uplatňují faktory učení, únavy aj. (takto zjišťované procento se může řídit — podle typu vazby mezi otázkami — některým z Neymanových pravděpodobnostních zákonů). V tomto druhém případě by asi nebylo rozumné a limine odmítat užití procenta správných odpovědí (jakéhosi skóre respondenta) — jakožto míry jistého sociálního jevu v populaci — právě proto, že rozbořem chování tohoto ukazatele můžeme dospět k hlubšímu poznání jevu či děje jím kvantitativně charakterizovaného. Rozhodnutí tohoto problému je sice v kompetenci sociologa, avšak kvalifikované rozhodnutí je nadějnější, spojí-li se při jeho přípravě sociolog—teoretik s matematikem.

Tyto úvahy by se daly rozvíjet dále, ale v této obecné poloze se to nezdá účelné. Šlo pouze o demonstraci toho, že proces, nikoli jednorázový akt sociologického měření, i když jde o zdánlivě tak jednoduchou a v praxi běžně užívanou číselnou charakteristiku, jako je procento, není možné vtěsnat do jednoduché, všeobecně platné definice, nechceme-li se předem vzdát obecně poznávací hodnoty měřicího procesu. Je to zpravidla proces konfrontací mezi několika abstraktními i empirickými systémy, jimiž se složitý sociální jev mnohostranně osvětluje, očišťuje od nepodstatného zvláštního a nabývá charakteru obecného pojmu. Může se pak stát — i když výjimečně — že k vyjádření jevu stačí „naměřená hodnota jevu“. Matematizace

jevu v triviálním smyslu, jeho zobrazení do množiny reálných čísel, jak ji chápou obvykle matematici, je tak provedena.

Jako druhý příklad si vezměme EEG (elektroencefalogram), tj. zjednodušeně řečeno časový záznam elektrické aktivity mozku. Přijmeme-li na chvíli Berkovu definici měření (viz Berka [1] s. 546), dospějeme k paradoxnímu závěru, že tu nejde o měření, ačkoli snímání EEG má všechny jím uvedené charakteristické vlastnosti základního, a dokonce přímého měření. Jediná „závada“ je v tom, že se tu empirický relační systém nezobrazuje do reálné číselného systému s netriviální empirickou interpretací základních numerických operací, ale do systému grafů nebo, chceme-li, do systému funkcí. Relace v tomto systému se studují matematickými metodami funkcionální analýzy. S ohledem na nahodilou složku v záznamech EEG se tu dokonce s funkcionální analýzou nevystačí a musí se pokročit k jejímu „znáhodnění“, jež se částečně realizuje v teorii stochastických procesů. Empirický systém tak inspiruje matematiku k rozvíjení matematické teorie ve směru obecného poznávání funkcí mozku.

Je třeba výslovně podotknout, že kontinuální měření EEG nelze rozložit na sled okamžikových měření ve smyslu Berkovy definice. Jedním z charakteristických rysů sociologie je její dynamičnost. Jejím ústředním problémem v rovině „nejvyššího zobecnění“ je poznávání společenských procesů (viz Sirácky - Rychtařík [8] s. 584), jak je to obsaženo i přímo v názvu filosofické báze marxisticko-leninské sociologie, v názvu historický materialismus. Dá se proto očekávat, že daleko největší význam pro obecné sociologické poznávání i pro sociologickou praxi budou mít měření typu EEG, tj. zobrazení empirického relačního systému do podstatně složitějších prostorů, než je prostor reálných čísel.

Literatura

- [1] Berka, K.: *K pojetí měření v československé sociologii*. Sociologický časopis, 7, 1971, č. 5, s. 545.
- [2] Heisenberg, W.: *Fyzika a filosofie*. Praha, Svoboda 1966.
- [3] Kahuda, F.: *Kvocient sociální zralosti v sociální ontogenezi člověka*. In: Sborník vědeckých prací Ústavu sociálního výzkumu mládeže a výchovného poradenství, 1, Praha 1969, s. 35.
- [4] Kahuda, F.: *Meze kvantitativní metody a*

- kategorie poznání. Sociologický časopis*, 6, 1970, č. 5, s. 483.
- [5] Kahuda, F.: *Měřit i porovnávat v sociálních vědách. Sociologický časopis*, 8, 1972, č. 1, s. 72.
- [6] Kolmogorov, A. N.: *Grundbegriffe der Wahrscheinlichkeitsrechnung*. Berlin, Springer Verlag 1935.
- [7] Řehák, J.: *Definice měření ve společenských vědách. Sociologický časopis*, 7, 1971, č. 6, s. 638.
- [8] Širácky, A. — Rychlařík, K.: *Diskusní problémy struktury marxistické sociologické teorie. Sociologický časopis*, 7, 1971, č. 6, s. 577.
- [9] Wiener, N.: *Kybernetika*. Praha, SNTL 1960.

Резюме

Йозифко М.: Социология и математика

Значение математики для социологии не заключается в одном только предоставлении социологии математикой методов для формальной обработки итогов эмпирического социологического исследования. Новейшие математические дисциплины (теория меры и вероятности, теория информации и теория игр и т. д.) в своей основе отражают также многие из социальных наук. Математика своей абстрактностью гораздо ближе общей социологии чем эмпирическим исследованиям и прежде всего узкое сотрудничество социологов и математиков на высшем уровне в значительной степени может способствовать общему социологическому познанию и формулировке новых математических проблем, более точно отражающим отвлеченную сущность социологических проблем. Многочисленные примеры такого плодотворного сотрудничества партнерства математики с химией, с биологией, физиологией и другими научными и техническими дисциплинами общеизвестны.

На более подробно рассмотренном примере применения процента как количественной характеристики социального явления демонстрируется сложность математического приложения в простой на вид ситуации и указывается, как это приложение может способствовать более глубокому анализу социального явления. Второй пример показывает необходимость по существу более широкой конденсации измерения в социальных науках чем какой является одна только квантификация социальных явлений. Де-

ло идет о математическом (не только численном) выражении действий и процессов, так как для социологии именно познание и предсказывание действий и процессов является самым существенным. Для этого познания современная математика имеет в своем распоряжении орудия, которые далеко не используются.

Summary

Josífko M.: Sociology and Mathematics

The significance of mathematics for sociology does not lie only in supplying methods for the formal elaboration of the results of empirical sociological research. The most recently developed mathematical disciplines (theory of measure and probability, theory of information, theory of games, etc.) reflect, in their bases, many of the problems of social sciences. Owing to its abstract character, mathematics is much nearer to general sociology than to empirical sociological research and, in particular, the narrow cooperation of sociologists and mathematicians on the highest level may significantly contribute to general sociological knowledge and formulate new mathematical problems more precisely reflecting the abstract core of sociological problems. Frequent examples of such a fruitful partner cooperation of mathematics with chemistry, biology, physiology as well as with other scientific and technical disciplines are generally known.

The example of an application of percentage as a quantitative characteristic of a social phenomenon is presented in more detail to demonstrate the complexity of mathematical application in an apparently simple situation, and to indicate the way in which an application carried out in this manner may contribute to a deeper analysis of social phenomena. This example shows the necessity of a substantially broader conception of measurement in social sciences than is the mere quantification of social phenomena. It is a matter of a mathematical (not only of a numerical) expression of events and processes, since, in sociology, it is precisely the cognition and prevision of events and processes that are most substantial. For the time being, the cognitive tools which modern mathematics is free to apply are by far not yet fully utilized.